

Мы же используем формализм, разработанный в [2] для изучения эволюции системы смешанных состояний флейворных нейтрино в веществе. Формулируем задачу на собственные значения используя гамильтониан Дирака и решаем ее для ультрарелятивистских фермионов.

$$\hat{H}_D = \vec{\alpha}\vec{p} - \gamma^0 M - \alpha\gamma^0 U(1 - \gamma^5),$$

где $\vec{\alpha} = \gamma^0 \vec{\gamma}$, M – массовая матрица, α – матрица потенциалов взаимодействия со средой, U – 4-х мерный вектор скорости среды. Квантовая механика позволяет написать любой оператор в виде

$$\hat{V} = \sum_i E_i |i\rangle\langle i| = \sum_i E_i \Pi_i,$$

где E – собственные значения, а Π – соответствующие ортогональные проекторы (собственные проекторы). Воспользовавшись этим фактом строим спектральное представление оператора эволюции.

Решение уравнения Дирака получим в виде

$$\psi(t) = e^{-i\hat{H}t}\psi(0) = \hat{V}\psi(0) = \sum_{j=1}^4 e^{-iE_j t} \Pi_j \psi(0),$$

где \hat{V} – оператор эволюции.

Используя метод рассмотренный выше в данной работе был найден эволюционный оператор для дираковских фермионов. С помощью данного математического объекта значительно проще, чем в КТП [3] получить вероятности для перехода нейтрино из одного сорта в другой, а так же формулы эффекта МСВ. В дальнейшем этот инструмент можно применять в случаях, когда вектор скорости не равен нулю или когда в вершинах взаимодействий имеется примесь правых токов и т.п.

Список публикаций:

[1] S. Bilenky, *Lect. Notes Phys.* 947, 1 (2018)

[2] A.E. Kaloshin, V.P. Lomov, *Int. J. Mod. Phys. A* 31, 1650031 (2016)

[3] M. Dvornikov, *Field theory description of neutrino oscillations, in Neutrinos: Properties, Sources and Detection, ed. J. P. Greene (Nova Science Publishers, New York, 2011)*

Однофотонные интерференционные явления с точки зрения волновой функции фотона

Сорокин Андрей Владимирович

Давыдов Александр Петрович

Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова

Давыдов Александр Петрович, к.ф.-м.н.

skainet3002@rambler.ru

В классической электродинамике излучение фотона отдельным атомом описывается путем вычисления напряженностей электромагнитного поля, непрерывно испускаемого этим атомом и занимающего некоторый пространственно-временной континуум. Однако если излучение более-менее монохроматично, то, согласно квантовым представлениям, в результате излучения испускается фотон с энергией $\hbar\omega$, которая всегда поглощается в одной точке пространства. Поэтому, на самом деле следует считать, что атомом испускается не некоторое реальное электромагнитное поле, как принято считать в классической электродинамике, в виде «цуга электромагнитных волн», а «нечто» такое, которое условно можно считать волновой функцией фотона (ВФФ) в координатном представлении [1-4]. Условно – потому что на данном уровне знаний ВФФ представляет собой математическое построение, а не физический объект. Применяя термин ВФФ в координатном представлении можно наглядно описывать однофотонные интерференционные явления [2-4] на «метафизическом языке» и, таким образом, в определенной мере ослабить проблему корпускулярно-волнового дуализма света.

Существует [1] способ построения ВФФ в координатном представлении, используя выражения классической электродинамики. Цель статьи – сравнить плотность вероятности обнаружения фотона при его свободном распространении, даваемую ВФФ в координатном представлении, описывающей фотон, излучаемый фемтосекундным лазером длительностью импульса 80 фс и средней длиной волны 10 мкм, с так называемой классической плотностью вероятности, введенной в [3, 5].

ВФФ может быть представлена [1] в виде шестикомпонентного вектора (волнового пакета)

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \int \frac{b(\mathbf{k}, +1)}{(2\pi)^{3/2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e_{+1}(\mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - kct)} d^3\mathbf{k} + \int \frac{[b(-\mathbf{k}, -1)]^*}{(2\pi)^{3/2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e_{-1}(\mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - kct)} d^3\mathbf{k}, \quad (1)$$

где $\mathbf{e}_{\pm 1}(\mathbf{k})$ – комплексные векторы поляризации [1], коэффициенты $b(\mathbf{k}, +1)$ – произвольны, но учитывают вклады двух возможных значений спиральности фотона и удовлетворяют соотношению нормировки для функции (1), означающему, как и в обычной квантовой механике частиц, обладающих массой, что интеграл по всему пространству от плотности вероятности $\rho(\mathbf{r}, t) = \Psi^+(\mathbf{r}, t) \Psi(\mathbf{r}, t)$ равен 1. В [1–5] рассмотрен волновой пакет вида (1) с гауссовским распределением по импульсам:

$$b(\mathbf{k}, +1) = [b(-\mathbf{k}, -1)]^* = \sqrt{\frac{\alpha^3}{2\pi\sqrt{\pi}}} \exp\left[-\frac{\alpha^2}{2}(k_x^2 + k_y^2 + (k_z - k_0)^2)\right], \quad (2)$$

где $\mathbf{k}_0 = (0, 0, k_0)$ и α удовлетворяют условию нормировки на единичную вероятность. Моделирование (2) соответствует состоянию фотона с нулевым средним значением спиральности, что в классической электродинамике означает линейную поляризацию. В данном случае ненулевой электрической компонентой является E_x , получаемая из (1), (2) и $\mathbf{e}_\lambda(\mathbf{k})$ методом, разработанным в [1]. На оси z , вдоль которой в среднем эволюционирует расплывающийся с течением времени данный волновой пакет, плотность вероятности $\rho(\mathbf{r}, t)$ и проекция E_x могут быть вычислены аналитически. На рис. 1а линией 1, показана плотность вероятности при $t=0$ для излучения лазера длительностью $\tau_{rad} = 80$ фс с центральной длиной волны $\lambda_0 = 10$ мкм.

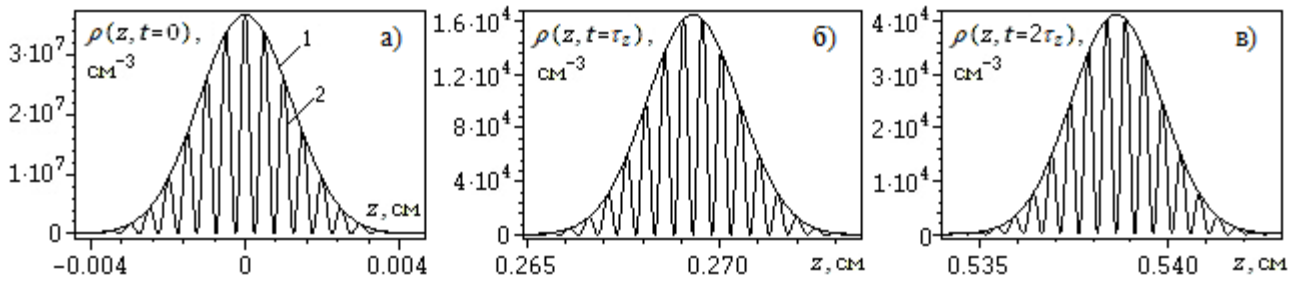


рис.1. Плотность вероятности обнаружения фотона на оси z в разные моменты времени в лазерном импульсе длительностью 80 фс : 1 – вычисленная в рамках квантовой механики [1]; 2 – «классическая» плотность вероятности, вычисленная по формуле (3)

При указанных параметрах лазерного импульса значение $\alpha = 0,00169$ см находится [1] из соотношения $\Delta E \Delta t \approx \hbar/2$, где Δt полагается $\tau_{rad}/2$, а ΔE вычисляется формулами квантовой механики фотона [1].

Также, линией 2, показана «классическая» плотность вероятности

$$\rho_{class}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \frac{E_x^2}{4\pi} \frac{1}{E}, \quad (3)$$

которая в [3, 5] определяется как половина отношения классической плотности энергии $w_{class} = (E_x^2 + H_y^2)/8\pi$ к средней энергии \bar{E} фотона. Дополнительное деление на 2 учитывает, что в нашем случае не производится усреднение по периоду колебаний плотности энергии. В данной работе аналитически получена квантовая плотность вероятности $\rho(\mathbf{r}, t) = \Psi^+(\mathbf{r}, t) \Psi(\mathbf{r}, t)$ не только при $t=0$, но и в любой последующий момент времени. Поскольку соответствующая формула весьма громоздка, мы приводим здесь только графики $\rho(\mathbf{r}, t)$ (также и классической плотности) для двух моментов времени: $t = \tau_z$ (рис. 1б) и $t = 2\tau_z$ (рис. 1в), где $\tau_z \approx 0,898 \cdot 10^{-11}$ с – время расплывания [1] рассматриваемого волнового пакета вдоль оси z .

Таким образом, квантовомеханическая плотность вероятности является огибающей линией максимумов «классической» плотности.

Расчеты показывают, что в рассмотренной в [6] стоячей «однофотонной волне» для квантовой плотности вероятности $\rho(\mathbf{r}, t) = \Psi^+(\mathbf{r}, t) \Psi(\mathbf{r}, t)$ не возникают пучности и узлы, в отличие от электрической и магнитной составляющих классического поля. Фотон в такой волне может быть обнаружен с равной вероятностью в любой точке в любой момент времени. Данный вывод находится в соответствии с тем, что понятие электромагнитного поля для единичного фотона неприменимо. ВФФ строится из математических (комплексных) компонент, не измеряемых на опыте, как и для частиц, обладающих массой. Вопрос о том, что физически отражает волновая функция квантового объекта, остается открытым. Для его решения, на наш взгляд, необходимы новые эксперименты, касающиеся свойств физического вакуума.

Список публикаций:

- [1] Давыдов А. П. Волновая функция фотона в координатном представлении: монография. Магнитогорск: Изд-во МГТУ им. Г.И. Носова. 2015. 180 с.
 [2] Davydov A. P., Zlydneva T. P. // Proc. of the IV Int. research conf. "Information technologies in Science, Management, Social Sphere and Medicine" (ITSMSSM 2017). 2017. P. 257-265.
 [3] Davydov A. P., Zlydneva T. P. // 2018 14th International scientific-technical conf. APEIE – 44894 proceedings: Novosibirsk. 2018. V. 1. Part. 4. P. 58-69.
 [4] Давыдов А. П., Злыднева Т. П. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2018. Т. 23 (8). С. 27-38.
 [5] Давыдов А. П., Злыднева Т. П. // Информационные технологии в моделировании и управлении: подходы, методы, решения: сб. науч. ст. II Всерос. науч. конф. Тольятти: Издатель Качалин А. В., 2019. Часть 1. С. 145-153.
 [6] Белинский А.В., Лапшин В.Б. // Метафизика, 2015. – № 1. – С. 37–49.

Свойства трехфазной полосы на фазовой диаграмме системы локальных бозонов Спевак Евгений Львович

Уральский федеральный университет, Институт естественных наук и математики
 Панов Юрий Демьянович
Spevak155@gmail.com

В работе представлено изучение фазовой диаграммы(рис.1,а) системы локальных бозонов[1] на квадратной решетке с учетом взаимодействия ближайших и следующих за ближайшими соседней, а также коррелированного зарядового переноса. В середине XX века эта модель использовалась в описании явления сверхтекучести гелия. Однако в настоящее время эта модель применяется для изучения явлений высокотемпературной сверхпроводимости. С помощью компьютерного моделирования в программе Wolphram Matematica мы построили фазовую диаграмму системы[2] при определенных соотношениях параметров и исследовали свойства трехфазной полосы, лежащей на этой фазовой диаграмме.

Мы используем формализм вторичного квантования и приближение среднего поля для описания исследуемой системы. Гамильтониан системы имеет вид:

$$H = -t \sum_{\langle i,j \rangle} (c_i^+ c_j + c_i c_j^+) + V \sum_{\langle i,j \rangle} n_i n_j - \alpha V \sum_{\langle\langle i,j \rangle\rangle} n_i n_j - \mu \sum_i n_i,$$

где V, α – коэффициенты взаимодействия, t – коэффициент переноса, μ – химический потенциал,

$\langle i, j \rangle$ – ближайшие соседние узлы, $\langle\langle i, j \rangle\rangle$ – вторые соседи,

c_i^+, c_i – операторы рождения и уничтожения локальных бозонов в i – м узле решетки соответственно.

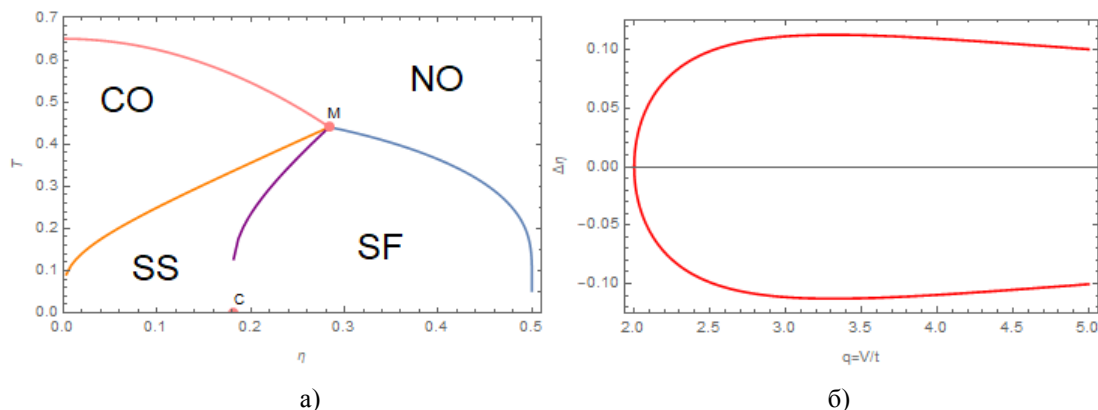


рис.1. а) Фазовая диаграмма системы, б) Зависимость ширины трехфазной полосы от соотношения параметров системы

При исследовании свойств трехфазной полосы(рис. 1,б) мы выяснили, что при соотношении $q=2$ полоса схлопывается, и при дальнейшем его уменьшении не существует. Полученные результаты позволяют определить области существования различных состояний и их границы.

Список публикаций:

- [1] T. Matsubara, H. Matsuda, 'A Lattice Model of Liquid Helium', Progress of Theoretical Physics 16, 569 (1956)
 [2] Спевак Е. Л., Панов Ю. Д., «Фазовые диаграммы системы локальных бозонов на квадратной решетке», Сборник Тезисов СПФКС-20